Mechanici

X O. H.

Holmestrand

1828

DE COPIA AQUÆ FLUMINIS ÆSTIMANDA DISQUISITIO

QUAM

CONSENSU AMPL. FACULT. PHILOS. UPSAL.

P. P.

MAG. ISAACUS SAMUEL WIDEBECK

PHYS. THEOR. DOCENS

ET

AUCTOR

ANDREAS HOLMSTRAND

STIP. REG.

VESTROGOTHUS.

IN AUDIT. GUSTAV. DIE XIII DECEMB. MDCCCXXVIII.

H. P. M. S.

UPSALIÆ

EXCUDEBANT REGIÆ ACADEMIÆ TYPOGRAPHI.

IN

SACRAM REGIAM MAJESTATEM

SPECTATÆ FIDEI VIRIS

NOBILISSIMO ATQUE MERITISSIMO

DOMINO **GUSTAVO** AF **UHR**

AD FODINAS PATRIÆ METALLIFERAS

MECHANICO PERCELEBRI

AMICÆ COMITATIS MEMOR

NEC NON

MAXIME REVERENDO ET CELEBERRIMO

DOMINO PROFESSORI

MAG. **ISAACO KULLBERG**

AD REG. GYMN. SCAR. MATH. ET PHYS. LECTORI

PASTORI IN VING

FAUTORI ET PRÆCEPTORI

SACRUM

voluit

ANDR. HOLMSTRAND.

DE COPIA AQUÆ FLUMINIS ÆSTIMANDA DISQUISITIO.

§. I.

Quanti ſit momenti aquam fluminis æſtimare, variæ indicant methodi, quas excogitarunt auctores. Facturine operæ pretium ſimus, ſi in medium adferamus, quod quodam modo pertineat ad hanc rem dilucidandam, non dubitamus. Plerumque æquatio

$$c^2 = 4gh$$

adhibetur ad determinandam velocitatem aquæ per foramen erumpentis. Qui vero, hac æquatione niſus, vim aquæ, quæ dato quodam tempore effluxit, determinare vult, inveniet, ope calculi experimentis non ſatisfieri, verum aquæ majorem vim indicari. Ponamus eſse

$$c^2 = ah,$$

mens noſtra eſt quantitatem a determinare ope obſervationis, ita inſtituendæ, ut determinetur tempus, quod præterlabitur, priusquam aqua, in vaſe forma cylindracea incluſa, per foramen in fundo factum effluens, data altitudine, e. g. duorum pedum, ſubſidat. Sed forſitan dicat quispiam in diſceptationem cadere, utrum quantitas a ſit conſtans, nec ne. Ad quod ni-

hil respondendum habemus, nisi omnia, hucusque facta nobisque nota, experimenta testari, esse

$$c^2 : c'^2 = h : h'.$$

§. II.

Fingamus vas (fig. 1) esse aqua impletum usque ad A, et quantitatem a esse notam. Ostendere placet, quanto tempore libella aquæ ab A ad E subsidat.

Sit $AE = x$, $EB = k$

area foraminis $= b$

area fundi vasis $= B$

vis aquæ, quæ tempore t effluit et continetur inter A et $E = m$.

Fit adeo $Bx = m$ et $bcdt = dm$

est autem $B\,dx = dm$,

unde $bcdt = Bdx$.

Quia c ex altitudine $k + x$ pendet, ex æquatione posita habetur

$$c = \sqrt{a}\,\sqrt{k + x}$$

et substitutione facta

$$b\sqrt{a}\,\sqrt{k + x}\,dt = Bdx,$$

unde Integratione rite facta

$$t = \frac{2B\sqrt{k+x}}{b\sqrt{a}} + C$$

Integrale evanefcit pofito $x = o$ unde

$$C = \frac{-2B\sqrt{k}}{b\sqrt{a}}$$

quare

$$t = \frac{2B(\sqrt{k+x} - \sqrt{k})}{b\sqrt{a}} \;\ldots\ldots\ldots\; (1).$$

Si igitur a esfet nota, in noftra poteftate esfet invenire tempus, quo aqua in vafe certum fpatium decrefcat. Solvamus æquationem *(1)* refpectu habito ad a erit

$$a = \frac{4B^2(\sqrt{k+x} - \sqrt{k})^2}{b^2\ t^2} \;\ldots\ldots\ldots\; (2).$$

Facta oblervatione, quanto tempore opus fit, ut aqua datum fubfidat fpatium, patet, qualis valor ipfius t refpondeat dato valori ipfius x. Quibus valoribus in æquatione *(2)* fubftitutis nofcetur quantitas a.

§. III.

Jam memorare placet experimentum, quod hac de caufsa fecimus. Eft $ABCD$ (fig. 2) fectio vafis cylindracei. A, E, F, B funt aciculæ in eadem recta po-

fitæ atque lateri vafis infixæ. Vas usque ad *A* plenum aquæ erat, *G* eft foramen, quod fubere præclufum erat. Suberi refticula adnexa erat, quo facilius extrahi posfet. Amicus atque Popularis Bernhardus Hasfelrot, qui nos opera fua adjuvabat, fuber ope refticulæ extraxit, figno dato, eodem momento temporis, quo radium horologii ad certum quoddam punctum obfervavimus. Hasfelrot mihi innuit, fimulac libella aquæ aciculam *E* fecabat, ut tempus, quo aqua ab *A* ad *E* decrefceret, notarem.

Aqua fidere animadverfa eft

ab *A* ad *E*, quod unius erat ped. Svec. intra 57″

ab *A* ad *F*, 1,5 ped. 95,″5

ab *A* ad *B*, 2 ped. 151″.

Hæc experimenta pluries iterata funt et femper accidit, ut temporibus jam allatis præterlapfis libella aquæ in eamdem aciculam conveniret; præter poftremum cafum, in quo tempus paullulum variare videbatur. Ut tanta diligentia, quanta fieri posfet, aream fundi metiremur, aquam in vas ad menfuram infundebamus usque ad aciculam *A*. Quo facto area fundi inveniebatur = 2,31938 ped. Svec. Valde verebamur, ne in area foraminis exploranda, error committeretur. Paxillum, quem tornandum curavimus, ut foramen exacte impleret, fepties octiesque filo circumdedimus tenui. Longitudine fili æftimata, divifioneque in-

ſtituta per diviſores 7π et 8π, erat diameter foraminis $= 0^P,0885$. Acicula A a fundo vaſis $2^P,18$ diſtabat. Miretur quis, cur non vaſe alternis vicibus impleto ad aciculas A, E, F, tempus obſervaverimus, quo omnis aqua effluxerit. Quo facto calculus ſimplicior fuisſet nempe

$$x = h, \; a = \frac{4B^2h}{b^2t^2}$$

Causſa, cur hoc non fecerimus, eſt, quod vortex in aqua exſtiterit, adeo ut plus aëris, quam aquæ, foramen impleret, cum libella aquæ a fundo vaſis duos fere digitos diſtaret. De menſura foraminis inprimis dubito. Variis rebus impediti eramus, ne mox foramen metiremur, unde facile fieri poteſt, ut aëre humido et aquoſo foramen mutaretur.

Primo caſu erat $x = 1$, $k = 1,18$, $\sqrt{k} = 1,08628$, $t = 57''$

2:do $x = 1,5$, $k = 0,68$, $\sqrt{k} = 0,82462$, $t = 95,''5$

3:tio $x = 2$, $k = 0,18$, $\sqrt{k} = 0,42426$, $t = 151''$

et $k + x = 2,18$, $\sqrt{k + x} = 1,47648$.

Quibus valoribus in æqu. (2) ſubſtitutis fit

ex primo caſu $a = 25,3$

ſecundo $a = 25,2$

tertio $a = 26,2$

Quæ caussa sit, cur tertium experimentum ceteris non conveniat, parum videmus, nisi a difficultate tempus observandi proficiscatur, cum acicula *B* parum a fundo abesset. Ex quo facile intelligitur, opus esse, ut idem experimentum iterum fiat. Methodum inprimis indicare voluimus. Quantitate a inventa, ad ipsum propositum, copiam aquæ fluminis æstimandi, pergimus.

§. IV.

Fingamus ingentem vim aquæ sub emissario (fig. 3) elevato devolvi. Facile cuique patet, velocitatem, qua labitur aqua in quocunque puncto inter M et C, variare, et in puncto quoque pendere ab altitudine aquæ super eodem puncto. Sit AC altitudo aquæ immutata $= h$ et $MC = x$, quod variare concipimus. Sit m vis aquæ, quæ tempore unitatis effluxit, et c velocitas, quæ indefinito puncto respondet et pendet ab altitudine $h - x$.

Fit igitur $bcdx = dm$, $c = \sqrt{a}\ \sqrt{h - x}$,

unde $b\sqrt{a}\ \sqrt{h - x}\ dx = dm$

atque $m = b\sqrt{a}\int\sqrt{(h - x)}\ dx$;

sed $\int\sqrt{(h - x)}\ dx = -\dfrac{2(h - x)^{\frac{3}{2}}}{3} + C$

Evanescit integrale posito $x = o$ et fit ideo

$$C = \frac{2}{3} h^{\frac{3}{2}}$$

atque adeo

$$m = \frac{2b\sqrt{a}\ (h^{\frac{3}{2}} - (h - x)^{\frac{3}{2}})}{3} \ldots\ldots (3.)$$

Si emisfarium nullum eft, ipfa altitudo aquæ in apertura efficeret $x = h$, quo cafu $m = \frac{2}{3}\ b\sqrt{a}\ h^{\frac{3}{2}}$. Si aqua, fimulac emicuerit fub emisfario elevato, decurret fecundum tabulas, videndum, ne velocitas imminuatur frictione *). Si angulus inclinationis minor eft quam 6°, periculum eft, ne accidat. Si ponimus esfe v velocitatem illam mediam, in quam ducatur area fectionis aquæ, ut tota vis, quæ tempore unitatis effluat, cognita evadat, ex fuperiore æquatione facile colligitur, esfe

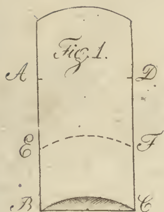
$$v = \frac{2\sqrt{a}\ (h^{\frac{3}{2}} - (h - x)^{\frac{3}{2}})}{3\ x} \ldots\ldots\ldots (4.)$$

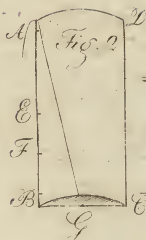
Ad hanc velocitatem detegendam utuntur plerumque mechanici fiftula illa Pitottia. Igitur quisque fine ullo negotio has methodos conferre poterit, et probare, an inter fe conveniant, nec ne. Cum velocitas data ex data altitudine aquæ pendeat, e re erit fcire, quantum elevetur emisfarium, ut aqua eam altitudinem teneat,

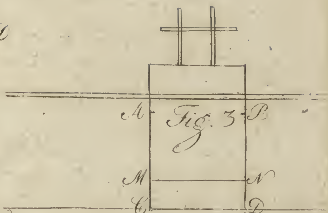
*) Vide Åkerrén pag. 74.

quæ efficiat, ut data velocitate prorumpat. Quod confecuti fumus foluta æquatione *(3)*, unde eruitur

$$x = h \pm \left(h^{\frac{3}{2}} \mp \frac{3m}{2b\sqrt{a}}\right)^{\frac{2}{3}} \ldots\ldots\ldots (5.)$$


Fig. 1.
A
D
E
F
B
C


Fig. 2
A
D
E
F
B
C
G


Fig. 3
A
B
M
N
C
D

